

L'altitude : une question de point de vue

Si, avec le GPS, la détermination de la position planimétrique est désormais facile et précise, ce n'est pas le cas pour l'altitude, notion qui recouvre différents problèmes à la fois de référence et de mesure. Extrait d'une conférence donnée à l'occasion du forum de photogrammétrie par Paul Rebuschung de l'IGN.

Le champ de pesanteur terrestre

La notion d'altitude est intimement liée à celle de la gravité. En effet, les notions d'horizontalité, c'est-à-dire « d'altitude égale », se réfèrent implicitement au comportement d'un liquide imaginaire : l'horizontale correspond à la surface de ce liquide au repos. Mais il est facile de montrer, en posant quelques équations élémentaires de la mécanique des fluides, que cette surface isohypse est également une surface isopotentielle pour la gravité, c'est-à-dire que le champ de pesanteur est partout égal en module.

La première formalisation de la théorie de la gravité remonte à Newton, qui détermina que deux particules ponctuelles massives s'attirent à raison du rapport du produit de leurs masses (dite grave) sur le carré de leur distance respective. Newton, l'un des fondateurs du calcul différentiel, montra également que l'accélération d'une particule ponctuelle

massive (masse dit inertielle) est proportionnelle à la force à laquelle est elle soumise. Muni de ces deux axiomes, le physicien anglais fut à même de retrouver les lois de la mécanique céleste, empiriquement formulées par l'astronome Képler auparavant.

Cette théorie de la gravité quoique très fructueuse¹, n'expliquait pas certains phénomènes marginaux, non plus qu'elle ne donnait la raison pour laquelle deux masses s'attirent toujours (alors qu'en électromagnétisme, par exemple, des particules peuvent s'attirer ou se repousser). Il faudra attendre la théorie de la Relativité générale, formulée par Albert Einstein, pour comprendre un peu mieux les raisons de ce phénomène.

Dans le champ de pesanteur terrestre, les effets relativistes sont généralement négligeables, si l'on excepte les corrections d'horloge sur les satellites GPS. On peut donc s'en remettre à la théorie, certes moins exacte, mais plus simple, élaborée par Newton. Cette dernière nous indique, moyennant l'équation différentielle

locale $\text{div } \mathbf{g} = \mathbf{p}$, que le champ de pesanteur est entièrement dû à la masse intérieure (ceci explique que son intensité soit nulle au centre de la Terre). Si la Terre était sphérique et homogène, la gravité terrestre serait essentiellement réductible à celle d'un point situé en son centre et affecté de sa masse totale. Ce n'est naturellement pas le cas. Non seulement la Terre est aplatie aux pôles (donc, en vertu de l'équation citée, la composante pure de pesanteur y est plus faible), mais, en outre, l'intérieur de la Terre montre une grande hétérogénéité qui se manifeste par des fluctuations sensibles du champ ; à ces facteurs purement gravifiques s'ajoute l'effet de la force centrifuge due à la rotation terrestre (nulle aux pôles, maximale à l'équateur).

Tous ces facteurs perturbent la symétrie sphérique, pour donner un champ vectoriel complexe, où s'additionnent de multiples composantes ; cela signifie que, vue de l'espace, donc à distance constante du centre, l'altitude des océans varie. Là-dessus, l'effet de l'attraction des autres astres du système solaire, particulièrement

¹. Elle a permis la découverte des planètes Uranus et Neptune, par exemple.

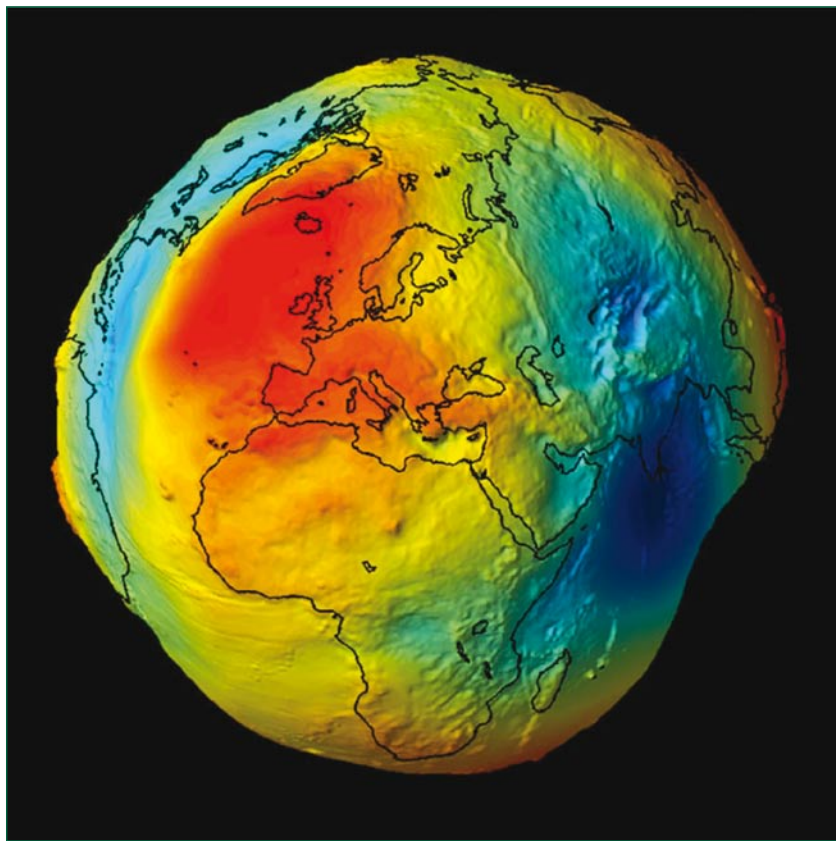
la Lune et le Soleil, s'additionnent au champ terrestre, provoquant le phénomène des marées.

En dépit de tous ces phénomènes complexes, on admet qu'il est possible de faire dériver le champ de pesanteur terrestre d'un potentiel scalaire ($g = \text{grad } W$). Les surfaces équipotentielles $W = C^{\text{ste}}$ sont donc des plans « horizontaux » au sens de la gravitation. En raison de tous les phénomènes énumérés précédemment, il est évidemment impossible d'observer physiquement une équipotentielle terrestre sur une grande étendue. On est donc contraint d'utiliser comme référence d'altitude une surface équipotentielle qui coïncide au mieux avec le niveau moyen des mers. C'est la définition traditionnelle du géoïde, dont le potentiel est noté W_0 . Inversement, les perpendiculaires aux surfaces équipotentielles s'appellent des verticales, elles sont matérialisées (localement) par la direction du fil à plomb.

Faute de pouvoir déterminer mathématiquement la surface du géoïde, il a fallu trouver un ersatz permettant de réaliser facilement des calculs. On a donc modélisé le champ de pesanteur terrestre pour obtenir un objet mathématique baptisé « champ de pesanteur normal », selon les critères suivants :

- La potentiel normal sur l'ellipsoïde de référence GRS80 coïncide avec l'équipotentielle W_0 , c'est-à-dire le potentiel du géoïde ;
- On affecte une masse intérieure à l'ellipsoïde égale à celle de la Terre et de son atmosphère ;
- On considère également que l'ellipsoïde tourne en synchronisme avec notre planète (donc que la force centrifuge y est égale).

L'avantage de cette définition est que le champ de pesanteur normal est calculable en tout point, aussi bien sur l'ellipsoïde qu'à une



Figuration du géoïde terrestre : les zones en rouge sont les « bosses » (gravité plus faible), les zones en bleu les creux (gravité plus importante) ; ces données sont corrigées des signaux de haute fréquence (liés à la topographie). Les anomalies dans l'océan Atlantique et Indien sont certainement dues à des hétérogénéités du manteau.

hauteur quelconque au-dessus de celui-ci. Il permet donc de rattacher une mesure gravimétrique à une altimétrie.

Principe du nivellement et différentes altitudes

Le nivellement et la gravimétrie entretiennent d'évidentes relations réciproques. Pour pouvoir jauger de la hauteur d'un relief par la méthode de la théodolite, il faut pouvoir déterminer un angle par rapport l'horizontale – qui est donnée par l'équipotentielle locale de la pesanteur. Ainsi, dénivelé et pesanteur ne peuvent être dissociés.

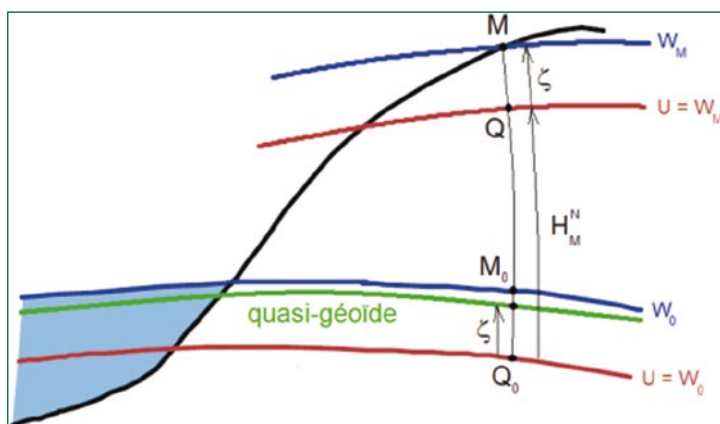
Si la Terre était parfaitement sphérique, homogène et immobile, les surfaces isopotentielles seraient elles aussi sphériques, les verticales concourraient au centre de la Terre et l'altitude correspondrait tout simplement à une différence

de hauteur au-dessus de la surface. Malheureusement, dans la réalité, ce n'est pas le cas, les verticales ne sont donc pas « droites » et la méthode trigonométrique ne peut donc fournir des valeurs exactes, puisque hauteur au sens géométrique et au sens gravimétrique diffèrent.

Une « bonne » altitude doit satisfaire à certains critères intuitifs :

- Elle doit s'exprimer en mètres ;
- Elle doit être nulle au niveau de la mer ;
- Elle doit correctement représenter la pesanteur, c'est-à-dire que l'eau doit couler d'un point d'altitude plus élevée vers un point d'altitude plus basse ;
- Inversement, deux points situés sur une surface « horizontale » doivent être à la même altitude.

La définition première de l'altitude étant liée à la gravitation, l'altitude « de référence » est tout simplement la valeur du potentiel de pesanteur au point que l'on mesure. Problème, ce potentiel, défini par $g = \text{grad } W$, s'exprime donc en



Détermination de l'altitude normale (explications : voir texte).

$m^2 \cdot s^{-2}$, puisque g a pour unité le $m \cdot s^{-2}$. Donc, pour revenir en unités plus « usuelles », à savoir de simples mètres, on va diviser la différence entre le potentiel W et le potentiel de référence du géoïde W_0 par une valeur de g qu'il va falloir choisir, et qu'on notera Y : $H = -(W - W_0)/Y$ (le signe - provient du fait que la pesanteur diminue avec l'altitude, donc $W_0 > W$).

Suivant la valeur de Y retenue, plusieurs « altitudes » existent :

- L'altitude « dynamique ». Y est arbitrairement choisi comme la valeur de g au niveau du géoïde à la latitude 45° . L'altitude dynamique est donc simplement la différence de potentiel divisée par une valeur constante. Elle reflète donc exactement la configuration du champ gravitationnel, mais ne correspond à la valeur du dénivelé (tel que mesuré avec une règle) qu'au voisinage du niveau de la mer et du $45^{\text{ème}}$ parallèle. Ce n'est donc pas une altitude au sens intuitif ;
- L'altitude « orthométrique ». Dans ce cas, on moyenne la valeur du champ de pesanteur le long de la verticale (qui n'est donc pas nécessairement droite !) qui relie le point dont on cherche l'altitude au géoïde. Cette valeur moyenne est alors utilisée pour diviser la

différence $W_0 - W$. C'est *a priori* la définition « physique » de l'altitude intuitive³. Le problème est que cette valeur moyenne n'est pas accessible à la mesure physique (il n'est pas possible de faire des mesures de gravité dans le sol !). On est donc amené à utiliser un gradient de pesanteur postulé (le gradient de Poincaré-Prey). De ce fait, la signification physique n'est plus si évidente ;

- L'altitude « normale ». Dans ce cas, on remplace la verticale « physique » de l'altitude ortho-

métrique par une « pseudo-verticale » définie comme suit : on remplace le point de mesure, situé au potentiel gravimétrique W , par le point le plus proche situé sur la surface équipotentielle (au sens du potentiel normal) W , et l'on calcule la longueur de la ligne de force reliant ce nouveau point à l'ellipsoïde choisi comme référence normale. Ce calcul n'a pas de signification physique, et la surface de référence vraie n'est plus le géoïde, mais un « quasi-géoïde » dont l'altitude par rapport au géoïde correspond à la différence d'altitude entre le point de mesure et sa contrepartie « normale ».

Repères de nivellement

Il résulte de toutes ces définitions qu'un référentiel d'altitude doit nécessairement s'appuyer sur un certain nombre de conventions. Il faut donc préciser quel type d'altitude est utilisée, quelles

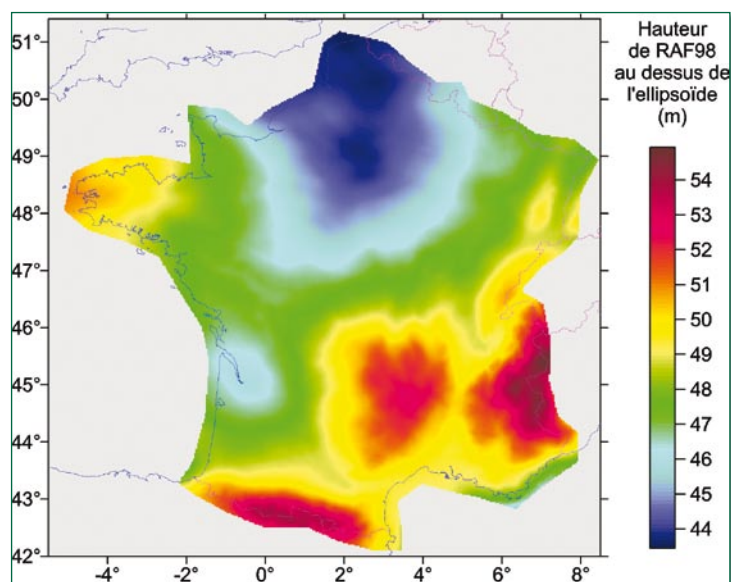


Illustration en teintes hypsométriques de la grille de conversion RAF98, qui permet de passer des altitudes ellipsoïdales indiquées par la GPS aux altitudes « vraies », au sens du réseau NGF69.

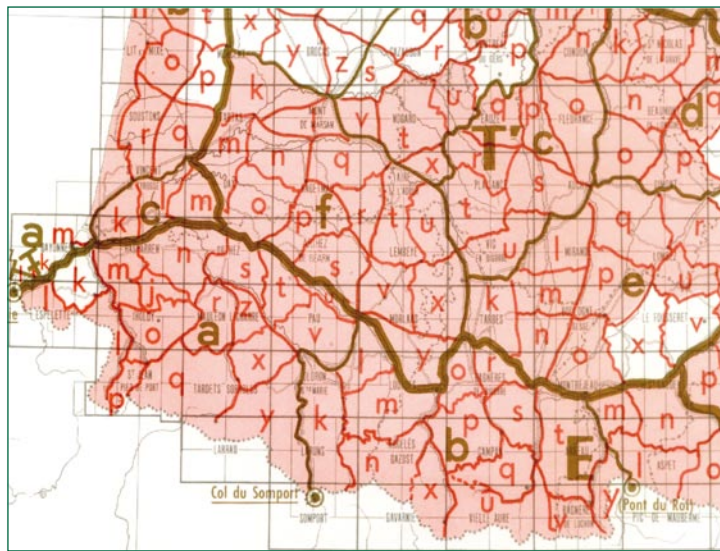
3. S'il fallait donner une signification à l'altitude dans le cadre plus global de la Relativité générale, il faudrait sans doute la définir comme la longueur de la géodésique reliant le point de mesure au géoïde : autrement dit, la distance propre que parcourrait un mobile s'il était lâché du point de mesure et récupéré au niveau du géoïde. Cette définition, conformément à la théorie d'Einstein, ne fait pas référence au champ de gravitation (notion inexistante), mais à la courbure spatio-temporelle (prise en compte dans l'expression du tenseur métrique ds^2). La signification physique est évidente, mais la mesure pratique se heurte aux mêmes difficultés que celles rencontrées dans la détermination de l'altitude orthométrique.

sont les surfaces de référence, les constantes, comment est effectué le calcul et prendre un point fondamental comme référence conventionnelle, exactement comme le point de fusion de l'eau à 0°C est une référence de l'échelle thermométrique.

Sur le terrain, on va donc choisir arbitrairement un certain nombre de points (dits de premier ordre), dont on va calculer l'altitude (à partir de l'ensemble des relations déductibles de l'environnement de référence) en la rattachant directement au point fondamental. Ces points sont matérialisés par des repères ancrés le plus solidement possible dans des objets fixes (murs, monuments, rochers...), ou, à défaut, à des objets dont on connaît la vitesse de dérive verticale. À partir de ces points de premier ordre, on détermine, par nivellement, des points de second, puis troisième... de n ème ordre.

La qualité d'un réseau géodésique se mesure d'une part en fonctions de critères purement géographiques comme son extension et sa densité, et d'autre part par des critères métrologiques : exactitude (c'est-à-dire l'absence d'erreurs systématiques, ou biais), précision (erreurs ponctuelles de mesure) et fiabilité (erreurs dues à l'observation ou au calcul).

Historiquement, le premier réseau de nivellement français a été réalisé par l'ingénieur Paul Adrien Bourdaloue sous le second Empire (1857-1864). Il comportait 38 polygones pour un périmètre total d'environ 15 000 km. Son origine était fixée au trait + 40 cm de l'échelle des marées du Fort-Saint-Jean, à Marseille⁴. Sous la troisième République, Jean-Pierre Lallemand entreprend la reféction du réseau Bourdaloue. Son réseau comprend 32 polygones pour un



Détail du réseau NGF69 dans le sud-ouest. En sombre, les lignes de premier ordre et de deuxième ordre (plus fines), en rouge les polygones de troisième ordre et les points de quatrième ordre au centre en rouge.

périmètre total de 11 700 km. Pour la première fois, l'origine des altitudes est fixée par un niveau moyen de la Méditerranée enregistré au marégraphe de Marseille de 1885 à 1897. Son erreur kilométrique est très faible, de l'ordre de 2 mm/ $\sqrt{\text{km}}$.

Le réseau actuellement utilisé a été observé par l'IGN entre 1962 et 1969 (pour cette raison, il est désigné par le sigle NGF69 pour *Nivellement général de la France 1969*). De même origine que le réseau Lallemand, il comporte 39 polygones et mesure 13 700 km. Les altitudes NGF69 sont des altitudes normales, rattachées au système gravimétrique CGF65 (qui n'a jamais été complété). Les erreurs sont à peine inférieures à celle du réseau Lallemand. La Corse possède son propre réseau de nivellement, qui ne comporte qu'un polygone et fait référence au niveau moyen de la Méditerranée à Ajaccio.

Le réseau NGF69 comporte quatre ordres de densité croissante, chaque point de l'ordre $n+1$ étant mesuré par rapport à

un point de l'ordre n . Les points d'ordre 1 sont issus directement de mesures gravimétriques. Par exception à la règle précédente, les points d'ordre 2 et 3 situés en montagne sont également observés au gravimètre, la variation du champ de pesanteur due au relief excluant le recours au nivellement classique. Pour le reste, les observations ont lieu tous les deux à cinq kilomètres, avec des mesures supplémentaires au niveau des accidents de terrain. Au total, 256 000 km de voies de communication ont été observées, et 450 000 repères posés, ce qui correspond à une densité légèrement supérieure à un repère par kilomètre carré.

Avec l'arrivée du système GPS (initialement prévu pour des mesures latitude/longitude seulement), la géodésie a pu profiter d'une nouvelle façon de mesurer les altitudes, à partir des données satellites. Cependant, les altitudes GPS sont toutes calculées, d'une part, relativement à l'ellipsoïde de référence GRS80 et, d'autre part, par une série d'équations purement géométriques qui ne tiennent pas

4. L'amplitude des marées étant plus faible en Méditerranée que sur l'Atlantique, la première a toujours été utilisée comme référence des altitudes en France.

compte du champ de pesanteur. L'IGN, en partenariat avec l'ESGT, a donc réalisé une grille de conversion des altitudes GPS en altitudes NGF69. Baptisée RAF98, elle est incorporée dans de nombreux logiciels GPS. On s'aperçoit que les corrections sont fortement corrélées avec le relief, avec parfois d'intéressantes anomalies (Nord de la France, région bordelaise).

Cette grille est maintenant utilisée conjointement au système GPS pour réaliser l'entretien du réseau NGF69 : régulièrement, en effet, des repères disparaissent ou se trouvent déplacés ; il faut donc les repositionner, parfois au même endroit, parfois dans les environs. L'IGN cherche également à constituer des « triplets » de points dans toutes les communes de plus de deux cents habitants, de façon à minimiser l'éloignement de tout point du territoire d'une de ces « figures » fondamentales du nivellement.

Le NIREF

Le nouveau de réseau de nivellement français, baptisé **NIREF**, est en cours de constitution. Il a été pensé dans un but strictement scientifique (et n'a donc pas vocation à remplacer le NGF69), et bénéficie des dernières améliorations en termes de techniques de mesure. En particulier, ces dernières sont effectuées directement dans des véhicules, ce qui permet de s'affranchir des erreurs de mesures dues à l'instabilité du sol. Pour l'instant, quatre grandes traverses ont été réalisées, deux nord-sud et deux est-ouest, une cinquième, reliant La Rochelle à Genève via le Massif central est programmée pour cette année.

Les premiers résultats (très parcellaires) de comparaison entre les altitudes NIREF et NGF69 montrent que ce dernier présente un biais sud-nord assez important, puisqu'il atteint presque 25 cm à Dunkerque.

Les raisons de ce biais sont mal connues, les erreurs de mesure ayant plutôt tendance à se composer qu'à s'accumuler. Le résultat est que le niveau moyen de la mer n'est pas le même dans les deux systèmes, le NIREF fournissant des chiffres beaucoup plus conformes à la réalité des faits telle que mesurée par les différents marégraphes.

Au niveau européen, des discussions sont en cours pour rattacher les différents systèmes de nivellement nationaux, en attendant de disposer d'un réseau unifié couvrant toute l'Europe. Actuellement, seuls les polygones de premier ordre sont pris en compte, le maillage européen étant constitué de l'union de tous les maillages, avec des coefficients de correction. La solution actuelle pour ce qui concerne la France, à savoir l'utilisation du NGF69 avec une correction uniforme de

-49 cm pose un certain nombre de problèmes, car elle ne tient pas compte du biais déjà évoqué, donc provoque des discontinuités aux frontières (par exemple avec la Suisse, dont le repère fondamental se trouve à Genève, repère dont l'altitude a été mesurée elle aussi par rapport au marégraphe de Marseille).

En conclusion, les réseaux de nivellement NGF69 et 78 ont encore de beaux jours devant eux. De nouvelles surfaces de rattachement permettant de convertir les hauteurs ellipsoïdales GPS en altitudes vraies devraient bientôt être publiées pour la France et la Corse ; les DOM viendront dans un deuxième temps. Enfin, des efforts sur le NIREF devraient aboutir à sa densification, suite à quoi il pourra être utilisé dans le cadre du futur réseau de nivellement unifié européen. ■



Intégration des différents réseaux de nivellement nationaux au sein d'un réseau européen unifié, avec les corrections nécessitées par l'utilisation de références diverses.